Capacitores e dielétricos

Prof. Rodrigo Jordão

Resumo

Indução Total

Definição

Quando o indutor chega á atingir o induzido, podemos dizer que irá ocorrer uma indução total, ou seja, em módulo a carga induzida será a mesma que a carga indutora, como mostra a Figura 1. Sua importância se dá no estudo de capacitores, os quais são baseados no fenômenos de indução total.

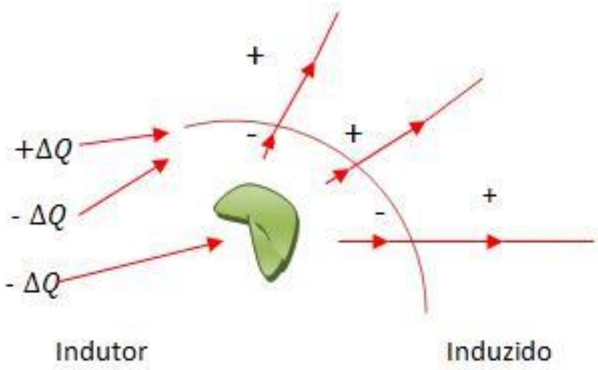

Figura 1: Indução total

Capacitores

Dois condutores carregados com cargas +Q e –Q e isolados, de formatos arbitrários, formam o que chamamos de um capacitor, Figura 2. O capacitor pode possuir diversas configurações de cargas, como placas planas paralelas, esferas, entre outras. A sua utilidade é armazenar energia potencial no campo elétrico por ele formado. A **capacitância** ou **capacidade elétrica** é a grandeza escalar que mede a capacidade de armazenamento de energia em equipamentos e dispositivos elétricos, relacionando carga com diferença de potencial. Assim, podemos expressar a capacitância **C** como sendo:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (1)$$

Em que Q é a carga elétrica e U é a diferença de potencial existente. A unidade de capacitância é dada em farad (coulomb/volt), cujo símbolo é F.

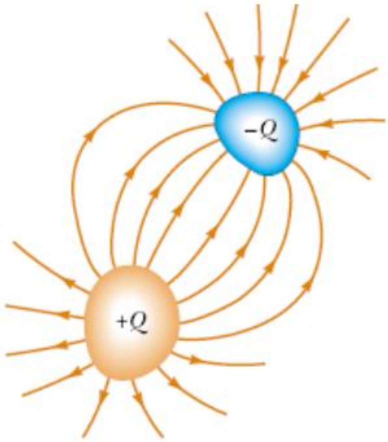

Figura 2: Cargas iguais de sinais opostos isoladas, formando um capacitor

A capacitância pode ser pensada com uma constante de proporcionalidade entre o módulo das cargas elétricas e a energia armazenada(dada pela diferença de potencial entre as cargas). Seu valor depende do tipo de material utilizado como cargas elétricas, bem como o meio em que esses materiais se encontram.

Capacitância do capacitor de placas paralelas

Essencialmente, o capacitor é formado por duas placas paralelas de carga iguais e opostas resultando numa diferença de potencial U(Figura 3). A placas estão há uma distância d. Todas as linhas que saem da carga positiva chegam na carga negativa, fenômeno da indução total. Assim, há um campo elétrico $\vec{E}$ ortogonal às superfícies das placas na direção da placa positiva para a negativa.

O valor do campo elétrico $\vec{E}$ entre as placas é dado por $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_o}$, com σ sendo a densidade de carga, dado por $\frac{Q}{A}$. A diferença de potencial entre as placas é dada por $V_+ - V_- = U = \int \vec{E}d\vec{l}$ e uma vez que o campo elétrico entre as placas é assumido como constante, a diferença de potencial é $U = \vec{E}d$, pois a integral de linha na região entre as placas nada mais é que a distância d entre estas. Juntando as expressões, temos uma expressão para a diferença de potencial U dada por:

$$U = \frac{\sigma}{\epsilon_o}d \Rightarrow U = \frac{Q}{A\epsilon_o}d \quad (2)$$

Isolando (2) para Q e comparando com a equação (1), temos uma expressão para a capacitância do capacitor de placas paralelas, dada por:

$$C = \frac{A\epsilon_o}{d} \quad (3)$$

Dessa expressão, percebe-se que a capacitância do capacitor de placas paralelas é um fator geométrico, dependendo da distância d e da área das placas, além de depender do meio entre as placas (vácuo, ar ,etc). Caso o capacitor fosse esférico, essa relação seria diferente.

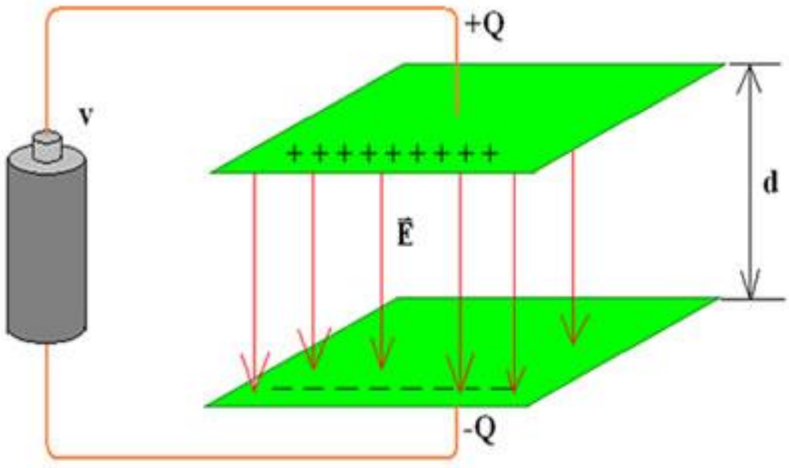

Figura 3: Capacitor de placas paralelas

Energia armazenada no capacitor plano

A Figura 4 mostra um circuito com um capacitor plano de placas paralelas:

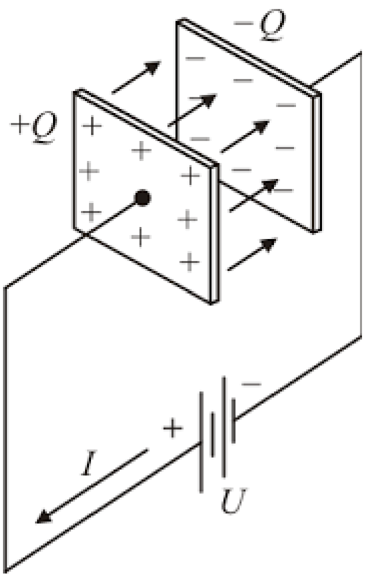

Figura 4: Capacitor de placas paralelas, conectado à uma diferença de potencial

Como obter a energia armazenada no sistema do capacitor ? Na Figura 2, o circuito é ligado numa diferença de potencial, que carrega o capacitor. Qual o trabalho realizado pela força elétrica carregar o capacitor ? O trabalho é o produto da carga pela diferença de potencial, dado por:

$$dW = U dq \quad (4)$$

Usando a expressão (1) para a capacitância, temos:

$$dW = \frac{q}{C}dq \quad (5)$$

Ao integrar esta expressão, a integral do lado esquerdo do trabalho é a energia elétrica potencial acumulada. A capacitância é um fator geométrico, que não depende da carga. Assim

$$E_{Pot}^{el} = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq \quad (6)$$

$$E_{Pot}^{el} = \frac{Q^2}{2C} \quad (7)$$

Dielétrico no capacitor

A maioria dos capacitores contém, entre suas placas, um material sólido não condutor, chamado dielétrico (Figura 5). Ao colocarmos um material dielétrico entre as placas de um capacitor, seV é mantido constante, a carga das placas aumenta; se Qé mantida constante, V diminui.Como Q = CV, ambas as situações são compatíveis com o fato de que o dielétrico entre as placas do capacitor faz a sua capacitância aumentar.

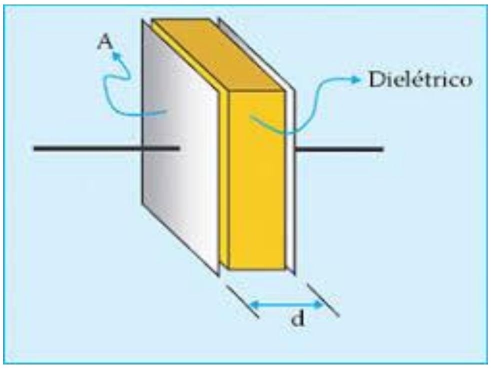

Figura 5: Capacitor de placas paralelas, com material dielétrico

A capacitância foi definida pela equação (3) como sendo $C = \frac{\epsilon_o A}{d}$. A inserção do dielétrico modifica a permissividade, que passa a ser dada por $\epsilon = k.\epsilon_o$, em que k é denominada **constante dielétrica,** que é uma propriedade do material que é isolado como dielétrico, responsável pelo aumento da capacitância. Um capacitor que apresente um material dielétrico terá sua capacitância k vezes maior do que se entre as placas houvesse vácuo. A capacitância, contabilizando o efeito da constante dielétrica é dada por:

$$C = \frac{k\epsilon_o A}{d} \quad (8)$$

Uma capacitância maior permite que mais carga seja armazenada no capacitor, com o mesmo potencial.

Associação de capacitores

A associação de capacitores tem como função armazenar energia elétrica para ser utilizada com uma finalidade específica. Pode acontecer de três modos: em série, paralela e mista.

Capacitores em série

Na associação de capacitores em série, as placas que constituem os capacitores são ligadas entre si, como mostra a Figura 6. A placa negativa do capacitor liga-se à placa positiva de outro capacitor e assim sucessivamente. Isso faz com que todos os capacitores tenham a mesma carga de associação, ou seja, **Q = constante**.

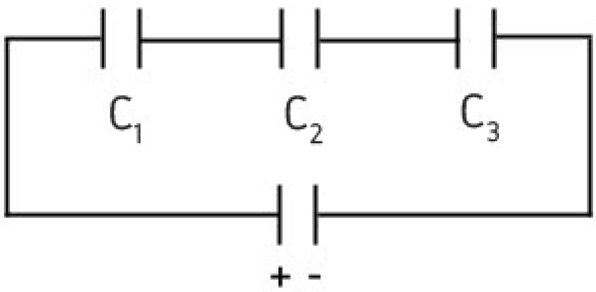

Figura 6: Associação de capacitores em série

A capacitância equivalente de um sistema de n capacitores associados e série é dada pela expressão a seguir:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \frac{1}{C_n} \quad (9)$$

Capacitores em paralelo

Na associação de capacitores em paralelo as placas negativas dos capacitores são ligadas entre si (Figura 7). Da mesma forma, as placas positivas também são ligadas entre elas. É por isso, que esse tipo de associação recebe o nome de associação paralela. Neste caso, todos os capacitores têm a mesma ddp (diferença de potencial elétrico), ou seja, **V = constante**.

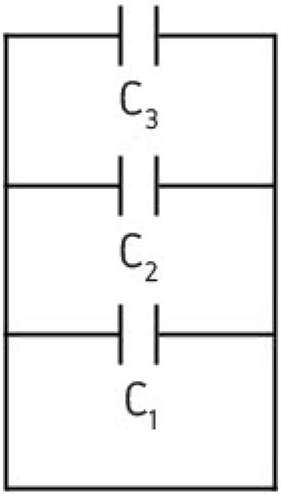

Figura 7: Associação de capacitores em paralelo

A capacitância equivalente de um sistema de n capacitores associados e paralelo é dada pela expressão a seguir:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n \quad (10)$$

Densidade de energia

A equação (7) pode ser modificada, em conjunto com a equação (1), de que a energia potencial elétrica armazenada no capacitor é dada por:

$$E^{el}_{Pot} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_o A U^2}{d} \quad (11)$$

Multiplicando o numerador e o denominador da expressão por d, obtemos:

$$E^{el}_{Pot} = \frac{1}{2}\epsilon_o(\frac{U}{d})^2 Ad \quad (12)$$

O produto Ad é o volume da região contida entre as placas, e o quociente $(\frac{U}{d})^2$ pode ser expresso como o quadrado do campo elétrico $\vec{E}$ na região entre as placas. Passando então o produto Ad para o outro lado da expressão, temos

$$\mu = \frac{E^{el}_{Pot}}{Ad} = \frac{1}{2}\epsilon_o E^2 \quad (13)$$

μ é a energia armazenada por volume, denominada **densidade de energia.**